

IDENTIFIKASI BENTUK LINGKARAN MENGGUNAKAN HOUGH TRANSFORM PADA CITRA HASIL DETEKSI TEPI CANNY

Tugas Akhir



PROGRAM STUDI TEKNIK INFORMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI
UNIVERSITAS KRISTEN DUTA WACANA
YOGYAKARTA

2013

IDENTIFIKASI BENTUK LINGKARAN MENGGUNAKAN HOUGH TRANSFORM PADA CITRA HASIL DETEKSI TEPI CANNY

Tugas Akhir



Diajukan kepada Program Studi Teknik Informatika Fakultas Teknologi Informasi

Universitas Kristen Duta Wacana

Sebagai Salah Satu Syarat dalam Memperoleh Gelar

Sarjana Komputer

Disusun oleh :

HENGKY ALVINSIUS

22104837

PROGRAM STUDI TEKNIK INFORMATIKA

FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI

UNIVERSITAS KRISTEN DUTA WACANA

YOGYAKARTA

2013

PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Saya menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi dengan judul:

IDENTIFIKASI BENTUK LINGKARAN MENGGUNAKAN HOUGH TRANSFORM PADA CITRA HASIL DETEKSI TEPI CANNY

yang saya kerjakan untuk melengkapi sebagian persyaratan menjadi Sarjana Komputer pada pendidikan Sarjana Program Studi Teknik Informatika Fakultas Teknologi Informasi Universitas Kristen Duta Wacana, bukan merupakan tiruan atau duplikasi dari skripsi kesarjanaan di lingkungan Universitas Kristen Duta Wacana maupun di Perguruan Tinggi atau instansi manapun, kecuali bagian yang sumber informasinya dicantumkan sebagaimana mestinya.

Jika dikemudian hari didapat bahwa hasil skripsi ini adalah hasil plagiasi atau tiruan dari skripsi lain, saya bersedia dikenai sanksi yakni pencabutan gelar kesarjanaan saya.

Yogyakarta, 21 November 2013



HENGKY ALVINSIUS

22104837

HALAMAN PENGESAHAN

IDENTIFIKASI BENTUK LINGKARAN MENGGUNAKAN HOUGH TRANSFORM PADA CITRA HASIL DETEKSI TEPI CANNY

Oleh : HENGKY ALVINSIUS / 22104837

Dipertahankan di depan Dewan Pengaji Skripsi

Program Studi Teknik Informatika Fakultas Teknologi Informasi

Universitas Kristen Duta Wacana - Yogyakarta

Dan dinyatakan diterima untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar

Sarjana Komputer

pada tanggal 5 Desember 2013

Yogyakarta, 8 Desember 2013

Mengesahkan,

Dewan Pengaji :

1. Dra. Widi Hapsari, M.T.
2. Ir. Gani Indriyanta, M.T.
3. Nugroho Agus Haryono, M.Si
4. Antonius Rachmat C., S.Kom.,M.Cs



Dekan

(Drs. Wimmie Handiwidjojo, MIT.)

Ketua Program Studi



(Nugroho Agus Haryono, M.Si)

ABSTRAK

IDENTIFIKASI BENTUK LINGKARAN MENGGUNAKAN HOUGH TRANSFORM PADA CITRA HASIL DETEKSI TEPI CANNY

Dewasa ini, teknologi pengolahan citra digital dikembangkan guna meningkatkan efisiensi dan efektifitas kinerja manusia dalam proses identifikasi citra. Salah satu teknologi pengolahan citra yang banyak dikembangkan adalah segmentasi citra yang digunakan sebagai proses awal identifikasi bentuk lingkaran pada citra. Salah satu teknik segmentasi citra yang dipakai adalah deteksi tepi. Proses deteksi tepi mempermudah proses analisis suatu citra karena melalui proses ini, akan dihasilkan tepi dari citra saja. Dibutuhkan algoritma deteksi tepi yang optimal untuk mendukung hasil yang akurat dalam proses analisis.

Salah satu algoritma deteksi tepi yang dianggap optimal adalah algoritma Canny. Tingkat keberhasilan deteksi tepi dapat dipengaruhi oleh noise pada citra. Algoritma Canny memiliki keunggulan dibandingkan algoritma lainnya yakni memiliki tahap reduksi noise sebelum memasuki tahap deteksi tepi. Disamping itu, proses deteksi tepi pada citra merupakan proses awal dalam identifikasi bentuk lingkaran. Algoritma yang digunakan untuk tahap identifikasi bentuk lingkaran adalah metode Hough Transform.

Hasil dari penelitian yang menggunakan 14 sampel citra untuk diproses dalam sistem menunjukkan bahwa algoritma Canny dan Hough Transform memiliki efektifitas sebesar 93% dan 79% dalam proses identifikasi lingkaran. Ada beberapa parameter yang mempengaruhi kedua algoritma ini dalam proses identifikasi lingkaran seperti noise, ukuran citra, standar deviasi, threshold bawah dan atas, latar citra, dan komposisi warna pada citra.

Kata kunci : Algoritma, Canny, Hough Transform, Identifikasi, Lingkaran, Deteksi, Tepi

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	
PERNYATAAN KEASLIAN TUGAS AKHIR.....	i
HALAMAN PERSETUJUAN.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
KATA PENGANTAR	iv
INTISARI.....	vi
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR GAMBAR	vii
DAFTAR TABEL.....	ix
BAB 1 PENDAHULUAN	x
Latar Belakang	1
Rumusan Masalah	2
Batasan Masalah.....	2
Tujuan Penelitian	2
Metode Penelitian.....	3
Sistematika Penulisan	3
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1. Tinjauan Pustaka	4
2.2. Landasan Teori.....	6
2.2.1. Pengolahan Citra Digital	6
2.2.2. Model Warna RGB	6
2.2.3. Konvolusi	7
2.2.4. Segmentasi.....	7
2.2.5. Deteksi Tepi.....	9
2.2.6. Algoritma Canny	9
2.2.7. Lingkaran.....	12
2.2.8. Algoritma Circular Hough Transform.....	13

BAB 3 ANALISIS DAN PERANCANGAN SISTEM	16
3.1. Alat Penelitian.....	16
3.2. Algoritma dan Diagram Alir	17
3.2.1. Sistem	17
3.2.2. Grayscale	18
3.2.3. Algoritma Canny	20
3.2.4. Algoritma Circular Hough Transform (CHT)	30
3.3. Perancangan Antarmuka	33
BAB 4 IMPLEMENTASI DAN ANALISIS SISTEM.....	37
4.1. Implementasi Sistem	37
4.1.1. Implementasi Proses Grayscale	38
4.1.2. Implementasi Proses Gaussian Smoothing.....	39
4.1.3. Implementasi Proses Gradient Filtering	40
4.1.4. Implementasi Proses Non-maximum Suppression.....	41
4.1.5. Implementasi Proses Hysteresis Threshold.....	42
4.1.6. Implementasi Proses Fill Accumulator	43
4.1.7. Implementasi Proses Draw Max Circle	44
4.2. Analisis Sistem.....	45
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN	54
5.1. Kesimpulan	54
5.2. Saran.....	55
DAFTAR PUSTAKA	56
LAMPIRAN	

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Flow Diagram Algoritma Canny	9
Gambar 2.2 Representasi lingkaran berdasarkan radius r dan titik pusat O(0,0)..	12
Gambar 2.3 Representasi lingkaran berdasarkan radius r dan titik pusat C(a,b) ..	13
Gambar 2.4 Representasi lingkaran dalam dua dimensi	14
Gambar 2.5 Representasi Algoritma Circle Hough Transform	15
Gambar 3.1. Diagram Alir Sistem	17
Gambar 3.2. Diagram Alir Grayscale	18
Gambar 3.3. Diagram Alir Canny	20
Gambar 3.4. Diagram Alir Gaussian Smoothing	21
Gambar 3.5. Diagram Alir Gradient Filtering	23
Gambar 3.6. Diagram Alir Non-maximum Suppression	25
Gambar 3.7. Diagram Alir Hysteresis Threshold	27
Gambar 3.8. Diagram Alir Algoritma CHT	30
Gambar 3.9. Diagram Alir Algoritma CHT (Lanjutan)	31
Gambar 3.10. Rancangan Antarmuka	34
Gambar 4.1. Tampilan sebelum melakukan <i>Browse</i>	37
Gambar 4.2. Tampilan setelah melakukan <i>Browse</i>	38
Gambar 4.3. Tampilan setelah melakukan proses Grayscale	39
Gambar 4.4. Tampilan setelah melakukan proses Gaussian Smoothing	40
Gambar 4.5. Tampilan setelah melakukan proses Gradient Filtering	41
Gambar 4.6. Tampilan setelah melakukan proses Non-maximum Suppression ..	42
Gambar 4.7. Tampilan setelah melakukan proses Hysteresis Threshold	43
Gambar 4.8. Tampilan setelah melakukan proses Fill Accumulator	44
Gambar 4.9. Tampilan setelah melakukan proses Draw Max Circle.....	45

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Penjelasan fungsi dan jenis komponen pada rancangan antarmuka	34
Tabel 4.1 Data Gambar Hasil Penelitian dari 14 Sampel Citra	46
Tabel 4.2 Data Kuantitatif Hasil Penelitian dari 14 Sampel Citra	50
Tabel 4.3 Data Gambar Relasi Standar Deviasi dengan Hasil Canny dan Hough Transform	52
Tabel 4.4 Data Kuantitatif Relasi Standar Deviasi dengan Hasil Canny dan Hough Transform	54

©UKDW

ABSTRAK

IDENTIFIKASI BENTUK LINGKARAN MENGGUNAKAN HOUGH TRANSFORM PADA CITRA HASIL DETEKSI TEPI CANNY

Dewasa ini, teknologi pengolahan citra digital dikembangkan guna meningkatkan efisiensi dan efektifitas kinerja manusia dalam proses identifikasi citra. Salah satu teknologi pengolahan citra yang banyak dikembangkan adalah segmentasi citra yang digunakan sebagai proses awal identifikasi bentuk lingkaran pada citra. Salah satu teknik segmentasi citra yang dipakai adalah deteksi tepi. Proses deteksi tepi mempermudah proses analisis suatu citra karena melalui proses ini, akan dihasilkan tepi dari citra saja. Dibutuhkan algoritma deteksi tepi yang optimal untuk mendukung hasil yang akurat dalam proses analisis.

Salah satu algoritma deteksi tepi yang dianggap optimal adalah algoritma Canny. Tingkat keberhasilan deteksi tepi dapat dipengaruhi oleh noise pada citra. Algoritma Canny memiliki keunggulan dibandingkan algoritma lainnya yakni memiliki tahap reduksi noise sebelum memasuki tahap deteksi tepi. Disamping itu, proses deteksi tepi pada citra merupakan proses awal dalam identifikasi bentuk lingkaran. Algoritma yang digunakan untuk tahap identifikasi bentuk lingkaran adalah metode Hough Transform.

Hasil dari penelitian yang menggunakan 14 sampel citra untuk diproses dalam sistem menunjukkan bahwa algoritma Canny dan Hough Transform memiliki efektifitas sebesar 93% dan 79% dalam proses identifikasi lingkaran. Ada beberapa parameter yang mempengaruhi kedua algoritma ini dalam proses identifikasi lingkaran seperti noise, ukuran citra, standar deviasi, threshold bawah dan atas, latar citra, dan komposisi warna pada citra.

Kata kunci : Algoritma, Canny, Hough Transform, Identifikasi, Lingkaran, Deteksi, Tepi

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dewasa ini, teknologi pengolahan citra digital dikembangkan guna meningkatkan efisiensi dan efektifitas kinerja manusia dalam proses identifikasi citra. Salah satu teknologi pengolahan citra yang banyak dikembangkan adalah segmentasi citra yang digunakan sebagai proses awal identifikasi bentuk lingkaran pada citra. Salah satu teknik segmentasi citra yang dipakai adalah deteksi tepi. Proses deteksi tepi mempermudah proses analisis suatu citra karena melalui proses ini, akan dihasilkan tepi dari citra saja. Dibutuhkan algoritma deteksi tepi yang optimal untuk mendukung hasil yang akurat dalam proses analisis.

Salah satu algoritma deteksi tepi yang dianggap optimal adalah algoritma Canny. Tingkat keberhasilan deteksi tepi dapat dipengaruhi oleh noise pada citra. Noise pada citra dapat membuat proses deteksi tepi gagal dalam mendeteksi tepi pada citra. Oleh karena itu diperlukan proses reduksi noise sebelum melakukan tahap deteksi tepi. Algoritma Canny memiliki keunggulan dibandingkan algoritma lainnya yakni memiliki tahap reduksi noise sebelum memasuki tahap deteksi tepi.

Disamping itu, proses deteksi tepi pada citra merupakan proses awal dalam identifikasi bentuk lingkaran. Meskipun, proses deteksi tepi tidak dapat mengidentifikasi bentuk lingkaran, akan tetapi proses deteksi tepi harus dilakukan sebelum memasuki tahap identifikasi bentuk lingkaran. Algoritma yang digunakan untuk tahap identifikasi bentuk lingkaran selanjutnya adalah metode Hough Transform. Dengan algoritma ini, komputer dapat melakukan identifikasi bentuk lingkaran pada citra.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam kasus ini adalah :

1. Seberapa efektif deteksi tepi citra dengan menerapkan algoritma Canny ?
2. Seberapa efektif identifikasi lingkaran dengan menerapkan algoritma Hough Transform ?

1.3 Batasan Masalah

Batasan-batasan pada penelitian ini antara lain :

- Bentuk yang akan diidentifikasi adalah bentuk lingkaran dan tidak saling bertumpukan
- Format citra yang akan dideteksi adalah .bmp, .jpg, .png, dan .gif

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini antara lain :

- Membangun aplikasi dengan mengimplementasikan algoritma *Canny* dan *Hough Transform*.
- Meneliti dan menganalisa algoritma *Canny* dan *Hough Transform* yang diimplementasikan untuk identifikasi bentuk lingkaran pada citra.

1.5 Metode Penelitian

Metodologi atau pendekatan yang digunakan dalam penyusunan Tugas Akhir ini adalah :

- Melakukan studi pustaka dengan cara mencari informasi dan teori-teori dari berbagai literatur yang berkaitan dengan judul.
- Melakukan analisa dan perancangan aplikasi yang didapat dari literatur yang sudah dipelajari.
- Mengimplementasikan algoritma *Canny* dan *Hough Transform* dalam pembuatan sistem untuk identifikasi bentuk lingkaran pada citra.
- Pengujian kinerja dari sistem yang dibangun dan menganalisa hasil.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini akan terbagi dalam lima bab dengan urutan penulisan sebagai berikut

Bab 1 PENDAHULUAN pada bab ini yang berisi Latar Belakang, Rumusan Masalah, Batasan Masalah, Tujuan Penelitian, Metode Penelitian, dan Sistematika Penulisan.

Bab 2 TINJAUAN PUSTAKA pada bab ini terdiri dari dua bagian utama, yaitu Tinjauan Pustaka dan Landasan Teori.

Bab 3 PERANCANGAN SISTEM pada bab ini mencakup analisis teori-teori yang digunakan, dan bagaimana menerapkannya ke dalam sistem yang akan dibuat.

Bab 4 IMPLEMENTASI DAN ANALISIS SISTEM pada bab ini memuat hasil riset / implementasi, dan pembahasan dari riset tersebut yang bersifat terpadu.

Bab 5 KESIMPULAN DAN SARAN pada bab ini terdiri dari kesimpulan dan saran-saran untuk pengembangan sistem.

Selain berisi bab-bab utama tersebut, skripsi ini juga dilengkapi dengan Intisari, Daftar Isi, Daftar Gambar, Daftar Tabel, Daftar Pustaka dan Lampiran.

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Dari penelitian yang telah dilakukan oleh penulis, terdapat beberapa kesimpulan yang diperoleh, yaitu sebagai berikut :

1. Beberapa parameter yang mempengaruhi proses identifikasi lingkaran pada sistem adalah ukuran citra, noise pada citra, latar atau *background* citra, dan komposisi warna pada citra.
2. Beberapa parameter yang mempengaruhi algoritma Canny adalah nilai standar deviasi pada proses Gaussian Smoothing, serta threshold bawah dan atas pada proses Hysteresis Thresholding. Gaussian Smoothing yang terlalu besar (lebih dari atau sama dengan 1.5) menyebabkan tepi yang seharusnya terdeteksi sebagai tepi menjadi tidak terdeteksi.
3. Hasil pada proses deteksi tepi Canny menentukan performa proses identifikasi lingkaran yang menggunakan Hough Transform. Semakin banyak tepi yang dihasil oleh Canny, maka semakin lama proses identifikasi lingkaran pada sistem. Semakin optimal algoritma Canny dalam mendeteksi tepi, semakin tinggi juga tingkat keberhasilan identifikasi lingkaran dengan Hough Transform.
4. Beberapa parameter yang mempengaruhi algoritma Hough Transform adalah ukuran citra dan hasil deteksi tepi Canny. Ukuran citra mempengaruhi batas maksimal radius pada proses Hough Transform sehingga bila ada lingkaran dengan radius melebihi batas maksimal radius maka lingkaran tersebut gagal diidentifikasi. Hasil deteksi tepi Canny yang terlalu banyak menghasilkan tepi akan membuat proses Hough Transform semakin lambat. Semakin banyak jumlah piksel tepi dan semakin panjang

batas maksimal radius, maka semakin lambat proses identifikasi lingkaran pada sistem.

5. Berdasarkan hasil penelitian, implementasi Canny memiliki tingkat efektifitas sebesar 73% dan implementasi Hough Transform memiliki efektifitas sebesar 79%.

5.2. Saran

Untuk pengembangan sistem lebih lanjut, saran yang dapat diberikan oleh penulis adalah sebagai berikut :

1. Dapat dilakukan untuk identifikasi bentuk oval menggunakan Hough Transform pada hasil citra deteksi Canny.
2. Dapat dilakukan untuk perhitungan jumlah objek lingkaran yang ditemukan menggunakan Hough Transform dengan lingkaran yang berbeda radius dalam satu citra.
3. Dapat dilakukan untuk identifikasi garis, oval, atau lingkaran menggunakan Hough Transform pada hasil citra deteksi tepi Canny dengan menggunakan matriks filter selain Sobel.

DAFTAR PUSTAKA

Bao, Paul, Lei Zhang, and Xiaolin Wu. (2005). Canny Edge Detection Enhancement. *IEEE TRANSACTIONS ON PATTERN ANALYSIS AND MACHINE INTELLIGENCE, VOL. 27, NO. 9, SEPTEMBER 2005*, 1485-1490.

Burger, Wilhelm, and Mark J. Burge. (2008). Principles of Digital Image Processing Core Algorithms. Washington DC : Springer.

Canny, John. A Computational Approach to Edge Detection. (1986). *IEEE TRANSACTIONS ON PATTERN ANALYSIS AND MACHINE INTELLIGENCE, VOL. PAMI-8, NO. 6, NOVEMBER 1986*, 679-698.

Canny, John. A VARIATIONAL APPROACH TO EDGE DETECTION. (1983). *AAAI- 83 Proceedings*, 54-58.

Cauchie, Julien, Valerie Fiolet, and Didier Villers. Optimization of an Hough transform algorithm for the search of a center. (2008). *Pattern Recognition* 41, 567-574.

Chandrakar, Nidhi, and Devanand Bhonsle. STUDY AND COMPARISON OF VARIOUS IMAGE EDGE DETECTION TECHNIQUES. (2012) *International Journal of Management, IT and Engineering, Vol. 2, Issue 5, May 2012*, 499-509.

Croft, Tony. (2003). Diakses pada tanggal 23 Mei 2013 dari <http://www.mathcentre.ac.uk/resources/uploaded/mc-ty-circles-2009-1.pdf>

Dembele, Fatournata. Diakses pada tanggal 23 Mei 2013 dari
http://www.egr.msu.edu/classes/ece480/capstone/fall10/group03/ece480_dt3_application_note_dembelef.pdf.

Fisher, Robert, Simon Perkins, Ashley Walker, and Erik Wolfart. (2000, Oktober). Diakses pada tanggal 24 September 2013 dari
http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/hipr_top.htm

Gonzalez, Rafael C., and Richard E. Woods. Digital Image Processing Second Edition. (2002). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.

Jacobs, David. "Correlation and Convolution. (2005). *Class Notes for CMSC 426, Fall 2005*.

Jahne, Bernd. Digital Image Processing. (2005). New York: Springer.

Julianto, Albet. PERBANDINGAN EDGE DETECTION DENGAN PREWITT OPERATOR DAN SOBEL OPERATOR. (2002). *Undergraduate thesis, Duta Wacana Christian University, 2002*.

Kumar, Tarun. A Theory Based on Conversion of RGB image to Gray. (2010). *International Journal of Computer Applications (0975 – 8887) Volume 7– No.2, September 2010*, 2010: 7-10.

Kumar, Y Senthil. Canny Edge Detection Implementation on TMS320C64x/64x+ Using VLlib. (2009). USA: Texas.

Liangwongsan, Sirisak, Boonraung Marungsri, Ratchadaporn Oonsivilai, and Anant Oonsivilai. Extracted Circle Hough Transform and Circle Defect Detection Algorithm. (2011). *World Academy of Science, Engineering and Technology 60 2011*, 432-437.

Maini, Raman, and Himanshu Aggarwal. Study and Comparison of Various Image Edge Detection Techniques. (2009). *International Journal of Image Processing (IJIP)*, 2009: Vol.3, Issues 1, CSC Publishing, 1-12.

Moeslund, Thomas B. *CSL783: Digital Image Processing*. (2009, Maret 23). Diakses pada tanggal 25 September 2013 dari www.cse.iitd.ernet.in/~pkalra/csl783/canny.pdf

Nixon, Mark S., and Alberto S. Aguado. Feature Extraction and Image Processing. (2002). Great Britain: Reed Educational and Professional Publishing Ltd.

Parker, J. R. Algorithms for Image Processing and Computer Vision. (2010) Canada: Wiley Publishing, Inc, 2010.

Pedersen, Simon Just Kjeldgaard. Circular Hough Transform.(2007). *Aalborg University, Vision, Graphics, and Interactive Systems*.

Pierce, Roy. (2011, Agustus 29). Diakses pada tanggal 23 Oktober 2013 dari <http://www.mathsisfun.com/geometry/circle.html>

R, Muthukrishnan, and M Radha. Edge Detection Techniques for Image Segmentation. (2010). *International Journal of Computer Science & Information Technology (IJCSIT)*, 2010: Vol.3, No.6, Tech Science Publications, 259-267.

Rabbani, Tahir, and Frank van den Heuvel. EFFICIENT HOUGH TRANSFORM FOR AUTOMATIC DETECTION OF CYLINDERS IN POINT.(2005). *ISPRS WG III/3, III/4, V/3 Workshop "Laser scanning 2005", Enschede, the Netherlands, September 12-14, 2005*, 60-65.

Ramadevi, Y, T Sridevi, B Poornima, and B Kalyani. Segmentation and Object Recognition Using Edge Detection Techniques. (2010). *International Journal of Computer Science & Information Technology (IJCSIT)*, 2010: Vol.2, No.6, Tech Science Publications, 153-161.

Rizon, Mohamed, et al. Object Detection using Circular Hough Transform. (2005). *American Journal of Applied Sciences* 2 (12): 1606-1609, 2005, 1606-1609.

Smereka, Marcin, and Ignacy Duleba. CIRCULAR OBJECT DETECTION USING A MODIFIED HOUGH TRANSFORM. (2008). *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, 2008, Vol. 18, No. 1, 85–91.

Smith, Steven W. The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing Second Edition. (1999). California: California Technical Publishing.

Sobel Edge Detector. (2000, Oktober). Diakses pada tanggal 25 September 2013 dari <http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/sobel.htm>